

## ГЕНЕЗИС ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ

**М. С. Прокопишин,**

*Пермский государственный национальный  
исследовательский университет, г. Пермь*

*Дается краткий обзор подходов к моделированию финансовых рынков, основанный на анализе современной монографической литературы. Представлена эволюция таких подходов: от первых попыток оценивания вероятностей вариантов движения цен до новейших моделей, основанных на гипотезе фрактального рынка. Дано описание предпосылок, побудивших исследователей к созданию новых теорий, объясняющих динамику цен на рынках ценных бумаг. Рассмотрены практические аспекты применения описанных теорий, при этом особое внимание уделяется современным методам мультифрактального анализа.*

На фоне нестабильности мировых экономических процессов при формировании портфеля реальных и финансовых вложений инвесторам необходимо максимально точно прогнозировать соотношение таких показателей, как риск и доходность. В условиях же нестабильности риски повышаются, особенно велики они в период кризисов. Таким образом, одной из ключевых становится проблема предсказания кризисных ситуаций на финансовых рынках, а также связанных с ними рисков и возрастает потребность в инструментах для осуществления наиболее точного прогнозирования таких явлений. Проблемы моделирования финансовых рынков находятся в центре внимания исследователей и находят свое отражение в журнальных статьях и монографиях, число которых продолжает быстро расти (например, в [1] список цитированной литературы насчитывает 43 наименования и при этом не является исчерпывающим). В настоящем обзоре автор ограничился источниками, дающими общее представление об основных подходах к моделированию финансовых рынков в их историческом развитии.

Исторически первой публикацией по использованию продвинутой сложной математической техники в теории финансов стала опубликованная в 1900 г. диссертация Луи Башелье, в которой обсуждается использование броуновского движения для расчёта цен опционов. Ученый заметил аналогию между диффузией тепла в веществе и колебанием стоимости облигаций. Оба эти процесса невозможно точно предсказать. На уровне частиц материи или отдельных людей на рынках детали слишком запутаны и сложны, невозможно выделить и описать каждый значимый фактор и точно проанализировать, то как они все взаимодействуют. Но в обоих случаях можно абстрагироваться от запутанных мелких деталей и увидеть общую картину поведения стохастической системы [4].

По мнению Башелье, цены подчиняются «случайному блужданию». Цена может подскочить и упасть, намного или незначительно, но до поступления новой информации, которая приведет к необратимому смещению баланса спроса и предложения, цена в среднем будет колебаться вокруг исходной точки.

Таким образом, Башелье отмечал важность новостей о финансовых и производственных показателях эмитента при формировании цен на финансовые активы. На этой же предпосылке основывается теория фундаментального анализа. Фундаментальный анализ используется инвесторами для оценки стоимости компании (или её акций), которая отражает состояние дел в компании. При этом анализу подвергаются финансовые показатели компании: выручка, EBITDA (Earnings Before Interests Tax, Depreciation and Amortization), чистая прибыль, чистая стоимость компании, обязательства, денежный поток, величина выплачиваемых дивидендов и производственные показатели компании. Покупая недооцененные акции, инвесторы рассчитывают, что цена акций на фондовом рынке будет стремиться к «внутренней стоимости», т.е. в случае недооцененных акций – будет расти [3]. В основе фундаментального анализа лежит классический труд Бенджамина Грэхема и Дэвида Додда «Анализ ценных бумаг», опубликованный ими в 1934 г.

Однако «внутренняя стоимость» в большинстве случаев не совпадает с ценой акций компании, которая определяется соотношением спроса и предложения на фондовом рынке. В связи с этим вызывает интерес теория Чарльза Доу, которая легла в основу современных методов технического анализа.

Согласно теории Доу, существуют три типа трендов: первичный (или долгосрочный), вторичный (или промежуточный) и малый (или краткосрочный). Каждый первичный тренд состоит из трех фаз: накопления, участия и реализации. Во время первой фазы наиболее проникательные инвесторы начинают скупать (распродавать) акции вопреки общему мнению рынка. Эта фаза не сопровождается сильными изменениями цены, поскольку количество таких инвесторов достаточно мало. В какой-то момент часть рынка улавливает новый тренд и за проникательными инвесторами начинают следовать активные трейдеры, использующие технический анализ. Эта фаза сопровождается сильным изменением цены. Во время третьей фазы новый тренд распознает весь рынок и начинается ажиотаж. В этот момент проникательные инвесторы начинают реализовывать прибыль и закрывать позиции.

Другим постулатом теории Доу является тот факт, что цены акций быстро реагируют на любую новую информацию. Позже на основании этого предположения была сформулирована гипотеза эффективного рынка, согласно которой вся существенная информация немедленно и в полной мере отражается на рыночной курсовой стоимости ценных бумаг.

Значимым вкладом Чарльза Доу в анализ динамики цен на фондовом рынке стал расчет им отраслевых индексов, представлявших собой линейные комбинации цен активов определенных отраслей. Текущий тренд и сигналы к смене тренда должны подтверждаться обоими разработанными им индексами: промышленным и транспортным индексом Доу-Джонса. При этом допускается некоторое расхождение во времени сигналов, т.е. один из индексов может подать сигнал о смене тренда раньше другого.

Теорию Доу упрекают в том, что ее сигналы приходят слишком поздно: сигнал к покупке возникает во второй фазе восходящей тенденции при прорыве уровня предыдущего промежуточного пика, при этом в среднем 20-25 % тенденции уже позади. В защиту теории Доу можно отметить, что она рассчитана на то, чтобы захватывать значительную среднюю часть самых важных движений рынка.

Теория Доу и послужила началом бурного развития методов технического анализа в начале XX в. Развитие компьютерных технологий во второй половине XX в. способствовало усовершенствованию инструментов и методов анализа, а также появлению новых методов, использующих возможности вычислительной техники.

Технический анализ рынка ценных бумаг базируется на трех основополагающих принципах: отражении, тренде и повторяемости.

Отражение означает, что все происходящие события (экономические, политические, социальные, психологические) отражаются в ценах. Согласно принципу тренда, изменения цен происходят в соответствии с определенным (преобладающим) направлением. Суть принципа повторяемости состоит в выявлении модельных ситуаций, появляющихся время от времени на рынке. Принцип повторяемости дает возможность в новых ситуациях реализовать уже приобретенный ранее опыт.

Методы технического анализа принято делить на аналитические и графические.

В рамках технического анализа трейдерами широко используются аналитические методы, применяющие фильтрацию или математическую аппроксимацию временных рядов.

В качестве базового временного ряда в техническом анализе используются ряды значений цены акции, на некотором промежутке времени, объема торговли и числа открытых позиций.

Наиболее часто применяется модель прогнозирования ARIMA, которую можно математически записать следующим образом [1]:

$$Y_t = \mu + \theta(B)\varphi(B)a_t,$$

где  $Y_t$  – исходный ряд наблюдений;

$t$  – дискретные моменты времени;

$\mu$  – среднее значение;

$a_t$  – процесс белого шума;

$B$  – оператор сдвига, т. е.  $BY_t = Y_{t-1}$ ;

$\theta$  – оператор скользящего среднего, представленный в виде полинома от оператора сдвига:  $\theta B = 1 - \theta_1 B - \dots -$

$\theta_q B^q$ ;

$\varphi$  – оператор авторегрессии, представленный в виде полинома от оператора сдвига:  $\varphi B = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$ .

Другим важным инструментом аналитических методов является индикатор, который в свою очередь представляет собой набор функций от одного или нескольких базисных временных рядов с определенным временным «окном». К индикаторам, следующим тренду, относятся скользящие средние (Moving Average – MA), схождение-расхождение скользящих средних (Moving Average Convergence/Divergence – MACD).

Индикаторы, предсказывающие смену тенденции, включают индикаторы скорости изменения, индикаторы сглаженной скорости изменения, индекс относительной силы (Relative Strength Index – RSI), индекс силы, индекс Вильямса, индекс товарного канала.

Графический технический анализ – это анализ различных рыночных графических моделей, образующихся в результате определенных закономерностей движения цен на графиках, с целью предположения вероятности продолжения или смены существующего тренда. Ценовыми моделями называют фигуры или образования (chart pattern), которые появляются на графиках цен.

В последнее время все большее распространение получают программы автоматического распознавания фигур технического анализа – CPR (Chart Pattern Recognition). Одним из самых распространенных методов для автоматического распознавания образов являются искусственные нейронные сети.

Критики методов технического анализа отмечают, что анализ графиков цен в прошлом не позволяет угадать «точки разворота» цен в будущем, а когда цены развиваются в уже известном направлении, теханализ даёт простейшую стратегию «покупать и держать». Известный инвестор Питер Линч дал следующую оценку методам графического технического анализа: «Графики цен великолепны, чтобы предсказывать прошлое».

В конце 1980-х гг. точка зрения о наличии скрытых закономерностей в рыночных временных рядах нашла поддержку в теории динамического хаоса. Основные положения гипотезы изложены в работах Эдварда Лоренца и Бенуа Б. Мандельброта. Эта теория построена на противопоставлении хаотичности и стохастичности (случайности). Хаотические ряды только выглядят случайными, но в качестве детерминированного динамического процесса вполне допускают краткосрочное прогнозирование. Область возможных предсказаний ограничена по времени горизонтом прогнозирования, но этого может оказаться достаточно для получения реального дохода от предсказаний.

Сторонники этой теории для описания финансовых рынков сформулировали гипотезу фрактального рынка (ФМН), которая подчеркивает влияние ликвидности и инвестиционных горизонтов на поведение инвесторов.

Рыночные цены стремятся к уровню естественного равновесия в пределах диапазона цен. Эти уровни или диапазоны могут быть описаны как аттракторы. Однако данные в пределах этих диапазонов остаются случайными.

На основе фрактальной гипотезы рынка строится индекс фрактальной размерности (FDI):

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N_{1n}}{\ln n},$$

где  $N_{1n}$  – число блоков с длиной стороны, равной  $1/n$ , необходимое для того, чтобы покрыть множество

A.

Индекс фрактальной размерности связан с экспонентой Хёрста (H) следующим соотношением:  $d = 2 - H$ .

Само значение экспоненты Херста может быть оценено следующим образом [2]. Для временного ряда  $z_t$ ,

$t = 1, \dots, T$  вычислим следующие величины:

$$x_t = \ln z_{t+1} - \ln z_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

Для полученного ряда определим последовательность

$$X_t, \tau = u = 1 \tau x_t - x_t, \text{ где } x_t = 1 \tau t = 1 \tau x_t.$$

Таким образом,  $X_t, \tau$  измеряет сумму разностей наблюдений за время от 1 до  $t$  в сравнении со средним первых  $\tau$  наблюдений. Размах  $R(\tau)$  определяется следующим образом:

$$R_\tau = \max_{t=1, \dots, \tau} X_{t, \tau} - \min_{t=1, \dots, \tau} X_{t, \tau}.$$

Стандартное отклонение на интервале  $\tau$ :

$$S_\tau = (1/\tau \sum_{t=1}^{\tau} (x_t - x_t)^2).$$

Величина  $R/S(\tau) = R(\tau)/S(\tau)$  называется саморегулирующим размахом. Это выражение сравнивает наибольшее изменение, случившееся за начальный период времени, с ожидаемым значением дисперсии.

Асимптотическое значение  $R/S(\tau)$  определяется следующим образом:

$$R/S(\tau) = (\pi \tau^2)^{1/2}$$

для любого независимого случайного процесса с конечной дисперсией. Упомянутая экспонента Хёрста оценивается следующим образом:

$$H \cong \log R/S(\tau) / \log \tau.$$

Если построить график отношения  $\log R/S(\tau)$  к  $\log \tau$ , то получится линия, наклон которой определяет экспоненту Хёрста. На практике для финансовых данных эта линия поднимается вверх до некоторого значения  $\tau$  и затем падает. Таким образом,  $\tau$  дает некоторое представление о том, на каком интервале в прошлом имеется существенная зависимость.

FDI может использоваться в техническом анализе наряду с другими индикаторами:

- значение индекса заключено в интервале между 1 и 2;
- $1 < FDI < 1.4$  подтверждает сигналы пересечения линии скользящего среднего и сигналы продолжения тенденции;
- $FDI = 1.2$  соответствует гладкой кривой;
- $FDI < 1.4$  — долгосрочный позиционный трейдинг, следующий стратегии тренда;
- $FDI = 1.5$  — чисто случайный непредсказуемый рынок;
- $FDI > 1.6$  соответствует активной краткосрочной стратегии трейдинга;
- $FDI = 1.8$  — очень волатильные в широком пределе торги.

Фрактальные кривые являются аттракторами нелинейных динамических систем. Построение и исследование таких систем – один из способов прогнозирования поведения рынка.

В соответствии с теорией хаоса рынки являются монофракталами, т. е. временные ряды имеют самоподобие при разных временных шкалах и характеризуются определенным значением экспоненты Хёрста, оцениваемой как отношение размаха временного ряда  $R$  к стандартному отклонению  $S$  на некотором интервале ( $R/S$ -анализ).

При применении мультифрактальной модели вскоре было обнаружено, что значение экспоненты Хёрста на разных временных шкалах может отличаться. Мультифракталы – это неоднородные фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от монофракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, фрактальной размерности  $d$ , а необходим целый спектр таких размерностей, число которых, вообще говоря, бесконечно. Причина этого заключается в том, что наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми величиной  $d$ , такие фракталы обладают и некоторыми статистическими свойствами [5].

В современной литературе можно найти примеры мультифрактального анализа финансовых рынков накануне российского кризиса 1998 г., финансового кризиса в США в 1987 г. и кризиса 2008 г. на примере падения индексов NASDAQ Composite и Dow Jones Industrial. Все описанные модели предсказали кризисные состояния примерно за 50 дней до их наступления [1;2].

Мультифрактальный анализ представляет ценность как метод, закладывающий основу для более эффективных управленческих решений. Его применение, возможно, позволит преодолеть некоторые недостатки ранее применяемых подходов.

Таким образом, на сегодняшний день существует ряд подходов к моделированию финансовых рынков, каждый из которых нашел подтверждение в практике инвестирования. Однако замечено, что эффективность применения любого подхода в задачах спекулятивной торговли на фондовых тем выше, чем меньше инвесторов пользуются им в повседневной практике. Это обуславливает необходимость в непрерывном совершенствовании моделей принятия инвестиционных решений. Перспективным направлением исследований автору представляется теория мультифрактального рынка.

#### Список литературы

1. Информационные технологии моделирования финансовых рынков / В.П. Романов, М.В. Бадрина. М.: Финансы и статистика, 2010.
2. Когнитивная бизнес-аналитика / под. ред. Н.М. Абдикеева. М.: ИНФРА-М, 2011.
3. Малая энциклопедия трейдера / Э. Найман. М.: Альпина-Паблицер, 2009.
4. Непослушные рынки / Б. Мандельброт, Р. Л. Хадсон. М.: Вильямс, 2006.
5. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования / П. В. Короленко, М. С. Маганова, А. В. Меснянкин. М.: Изд-во Моск. гос. ун. им. М. В. Ломоносова, 2004.